2021-2022

Projet de Master

Théo Jamin

theo.jamin@univ-angers.fr

La nature fractale des ensembles limite des groupes de Schottky

Les groupes de Schottky classiques sont des sous-groupes discrets dans $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{C})$ engendré par des transformations de Mobiüs de la sphère de Riemann $\mathbb{CP}^1$. Leur construction est assez élémentaire :

- On choisit des paires de disques D_1^+, D_1^-, ..., D_g^+, D_g^-, tous disjoints deux-à-deux (plus généralement des paires de courbes de Jordan) sur la sphère de Riemann,
- on cherche ensuite les transformations de Mobiüs f_i qui envoient l'intérieur d'un disque D_i^+ sur l'extérieur du disque D_i^- appairé,
- on construit le groupe engendré par les compositions de ces fonctions et on obtient un groupe de Schottky Γ.

Enfin, on définit l'ensemble limite Λ_Γ comme le plus petit sous-espace Γ-invariant dans $\mathbb{CP}^1$. L'ensemble limite d'un groupe de Schottky est très souvent une fractale et donne donc plein d'exemples de telles figures à l'allure artistique.

Après avoir acquis les définitions inhérentes à ces groupes (sphère de Riemann, transformations de Mobiüs, ensemble limite etc), on pourra s'intéresser à la construction de quelques exemples simples et calculer dans ces cas leurs ensembles limite (ainsi que leurs dimensions de Hausdorff).
Si l'étudiant est intéressé, on pourra remarquer que ces groupes agissent librement et de façon totalement discontinue sur le complémentaire de leur ensemble limite $\Omega(\Gamma) = \mathbb{CP}^1 \backslash \Lambda_\Gamma$, appelé domaine de discontinuité, et le quotient obtenu est une surface de Riemann X_g compacte de genre g (le recouvrement $\Omega(\Gamma) \to X_g$ est appelée une uniformisation de Schottky).

References

[1] Mumford, D. and Series, C. and Wright, D. and Gonick, L.: *Indra's Pearls: The Vision of Felix Klein.* Cambridge University Press (2002).

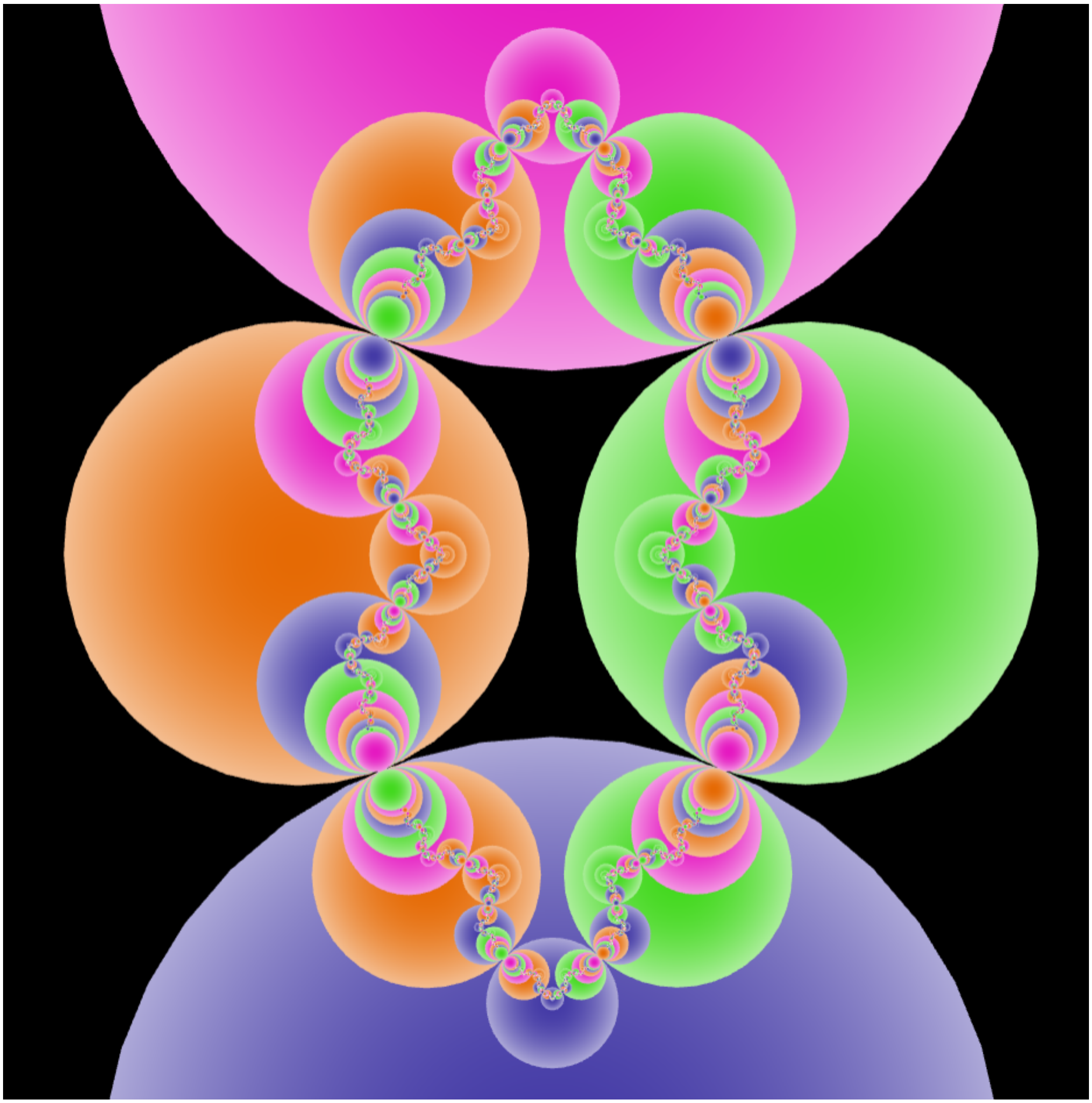

Figure 1: Ensemble limite d'un groupe de Schottky